

m

1. 如图, 已知 $A(4, n)$, $B(2, -4)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象的两个交点.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式;

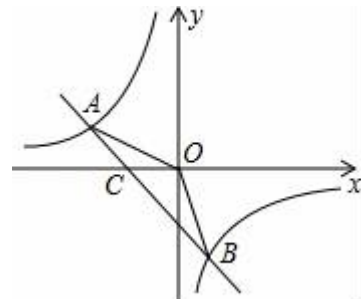
 m

(2) 观察图象, 直接写出方程 $kx+b-\frac{m}{x}=0$ 的解;

(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

 m

(4) 观察图象, 直接写出不等式 $kx+b-\frac{m}{x}<0$ 的解集.



解: (1) $\because B(2, -4)$ 在 $y=\frac{m}{x}$ 上,

$$\therefore m = -8.$$

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{8}{x}$.

\because 点 $A(4, n)$ 在 $y = -\frac{8}{x}$ 上,

$$\therefore n = -2.$$

$$\therefore A(4, -2).$$

$\because y=kx+b$ 经过 $A(4, -2)$, $B(2, -4)$,

$$\therefore \begin{cases} -4k+b=-2 \\ 2k+b=-4 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} k=1 \\ b=-6 \end{cases}.$$

\therefore 一次函数的解析式为 $y=x-6$.

 m

(2) $\because A(4, -2)$, $B(2, -4)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 的图象和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象的两个交点,

 m

\therefore 方程 $kx+b-\frac{m}{x}=0$ 的解是 $x_1=4$, $x_2=2$.

(3) \because 当 $x=0$ 时, $y=-6$.

$$\therefore \text{点 } C(0, -6).$$

$$\therefore OC=6.$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ACO} + S_{\triangle BCO} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 9;$$

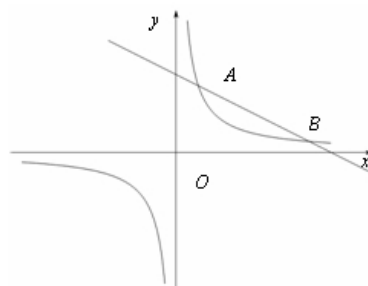
 m

(4) 不等式 $kx+b-\frac{m}{x}<0$ 的解集为 $4<x<0$ 或 $x>2$.

2.如图,反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象与一次函数 $y=kx+b$ 的图象交于 A, B 两点,点 A 的坐标为 $(2, 6)$, 点 B 的坐标为 $(n, 1)$.

(1)求反比例函数与一次函数的表达式;

(2)点 E 为 y 轴上一个动点,若 $S_{\triangle AEB}=10$, 求点 E 的坐标.



解: (1)把点 $A(2, 6)$ 代入 $y=\frac{m}{x}$, 得 $m=12$, 则 $y=\frac{12}{x}$.

把点 $B(n, 1)$ 代入 $y=\frac{12}{x}$, 得 $n=12$, 则点 B 的坐标为 $(12, 1)$.

由直线 $y=kx+b$ 过点 $A(2, 6)$, 点 $B(12, 1)$ 得 $\begin{cases} 2k+b=6 \\ 12k+b=1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=7 \end{cases}$,

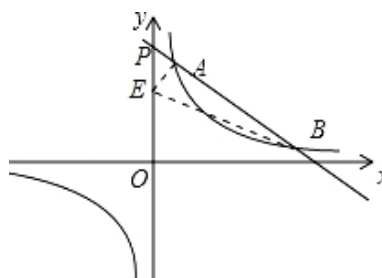
则所求一次函数的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+7$.

(2)如图,直线 AB 与 y 轴的交点为 P , 设点 E 的坐标为 $(0, m)$, 连接 AE, BE , 则点 P 的坐标为 $(0, 7)$. $\therefore PE=|m-7|$.

$\because S_{\triangle AEB}=S_{\triangle BEP}-S_{\triangle AEP}=10$, $\therefore \frac{1}{2} \times |m-7| \times (12-2)=10$.

$\therefore |m-7|=2$. $\therefore m_1=5, m_2=9$.

\therefore 点 E 的坐标为 $(0, 5)$ 或 $(0, 9)$.



3.如图,在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, $\triangle ABO$ 的边 AB 垂直与 x 轴, 垂足为点 B , 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过 AO 的中点 C , 且与 AB 相交于点 D , $OB=4$, $AD=3$,

$\frac{k}{x}$

(1) 求反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式;

(2) 求 $\cos \angle OAB$ 的值;

(3) 求经过 C, D 两点的一次函数解析式.

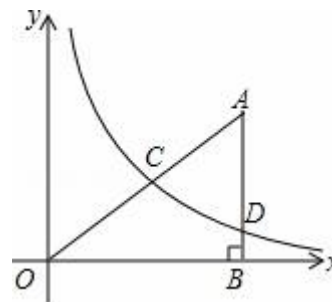
解: (1) 设点 D 的坐标为 $(4, m)$ ($m>0$), 则点 A 的坐标为 $(4,$

,

\because 点 C 为线段 AO 的中点,

$\frac{3+m}{2}$

\therefore 点 C 的坐标为 $(2, \frac{3+m}{2})$.



$3+m)$

∵点 C 、点 D 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的函数图象上，

$$\begin{cases} k=4m \\ k=2 \times \frac{3+m}{2} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} m=1 \\ k=4 \end{cases}.$$

∴反比例函数的解析式为 $y = \frac{4}{x}$.

(2) ∵ $m=1$,

∴点 A 的坐标为 $(4, 4)$,

∴ $OB=4$, $AB=4$.

在 $Rt\triangle ABO$ 中, $OB=4$, $AB=4$, $\angle ABO=90^\circ$,

$$\therefore OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = 4\sqrt{2}, \cos \angle OAB = \frac{AB}{OA} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(3) ∵ $m=1$,

∴点 C 的坐标为 $(2, 2)$, 点 D 的坐标为 $(4, 1)$.

设经过点 C 、 D 的一次函数的解析式为 $y=ax+b$,

$$\text{则有 } \begin{cases} 2=2a+b \\ 1=4a+b \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=3 \end{cases}.$$

∴经过 C 、 D 两点的一次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

4. 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 的图形与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于第二、四象限内的 A 、 B 两点, 与 y 轴交于 C 点, 过点 A 作 $AH \perp y$ 轴, 垂足为 H , $OH=3$, $\tan \angle AOH = \frac{4}{3}$, 点 B 的坐标为 $(m, -2)$.

(1) 求 $\triangle AHO$ 的周长;

(2) 求该反比例函数和一次函数的解析式.

解: (1) 由 $OH=3$, $\tan \angle AOH = \frac{4}{3}$, 得

$AH=4$. 即 $A(4, 3)$.

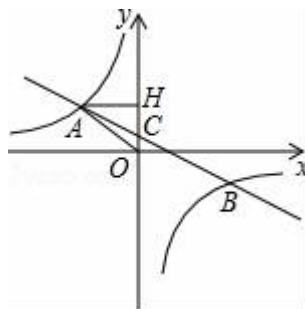
由勾股定理, 得

$$AO = \sqrt{OH^2 + AH^2} = 5,$$

$\triangle AHO$ 的周长 $= AO + AH + OH = 3 + 4 + 5 = 12$;

(2) 将 A 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 得

$$k = 4 \times 3 = 12,$$



反比例函数的解析式为 $y = \frac{-12}{x}$;

当 $y = -2$ 时, $-2 = \frac{-12}{x}$, 解得 $x = 6$, 即 $B(6, -2)$.

将 A 、 B 点坐标代入 $y = ax + b$, 得

$$\begin{cases} -4a + b = 3 \\ 6a + b = -2 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$,

一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 1$.